COURANT ALTERNATIF SINUSOÏDAL

Représentations.

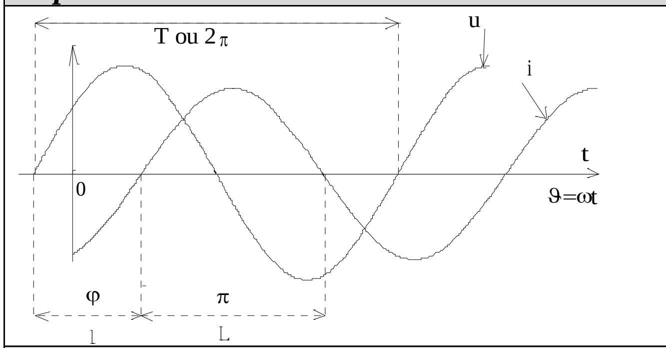
Définitions

Pour une tension
$u = u(t) = \hat{U}.\sin(\omega t+\varphi u)$
$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi u)$.

ou pour un courant
$i=i(t) = \hat{I}.\sin(\omega t+\varphi i)$
$i = I\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi i)$.

u, i ***sont les valeurs*** ***instantanées de la tension et du courant***.
Û, Î ***sont les valeurs*** ***maximales ou amplitudes de u et i.***
U, I ***sont les valeurs*** ***efficaces*** de *u et i*.
ω ***est*** ***la pulsation ou vitesse angulaire en rad/s***
$\omega = 2.\pi.f = 2.\pi/T$ *avec* ***f =1/T : fréquence en Hertz*** (Hz)
et T ***période en seconde*** (s).
$\omega t+\varphi_i$ ou $\omega t+\varphi_u$ ***est la phase*** à l'instant t exprimée en radian.
φ_i, φ_u ***est la phase à l'origine (t=0).***

Représentation instantanée



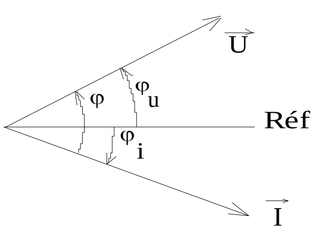
$\varphi = \varphi_u-\varphi_i$ ***= est le déphasage entre u et i ou différence de phases..***

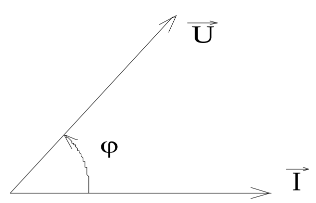
On mesure le déphasage à l'oscilloscope : règle de 3 :

$\varphi_{(rad)}$ **= l .π / L**

φ (°) **= l .180 / L**

Représentation vectorielle de Fresnel





$\vec{I}$ ref $\varphi_i = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_u$

$u = \hat{U}.\sin(\omega t+\varphi_u) = U\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi_u)$.
$\vec{U}$ module U et phase $\omega t+\varphi_u = \varphi_u(t=0)$: $\vec{U}$ **(U, φ_u)**

$i = \hat{I}.\sin(\omega t+\varphi_i) = I\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi_i)$
$\vec{I}$ module I et phase $\omega t+\varphi_i = \varphi_i(t = 0)$: $\vec{I}$ **(I, φ_i)**
Somme de grandeurs sinusoïdales : $u = u_1+u_2$
$\Rightarrow \vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2$ ou $i = i_1+i_2 \Rightarrow \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$

Représentation complexe

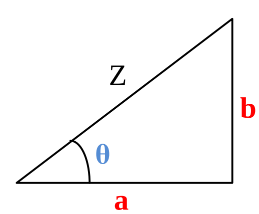
Rappels sur les complexes.

Forme polaire Forme rectangulaire

$\underline{Z}$ = [**Z** ; **θ**] = [**a** + j**b**] où : **Z** module, **θ** argument, **a** partie réelle, **b** partie imaginaire

$Z = [Z,\theta] = Z\cos\theta + j Z\sin\theta$ et $Z = a+ jb = [\sqrt{a^2+b^2}\,;\ \theta = \text{arctg}(b/a)]$.

Calculs:
Addition: $\underline{Z} = \underline{Z}_1+\underline{Z}_2 = (a_1+a_2) + j(b_1+b_2)$.
Soustraction: $\underline{Z} = \underline{Z}_1- \underline{Z}_2 = (a_1- a_2) + j(b_1- b_2)$.
Multiplication : $\underline{Z} = \underline{Z}_1.\underline{Z}_2 = [Z_1.Z_2\,;\ \theta_1+\theta_2]$ θ_1 et θ_2 arguments de $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$.
Division : $\underline{Z} = \underline{Z}_1/\underline{Z}_2 = [Z_1/Z_2\,;\ \theta_1 - \theta_2]$.
Dérivée : $(\underline{Z})' = j\omega\underline{Z}$.



Utilisation en électricité

$u = U\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi u) \Rightarrow \underline{U}=[U;\varphi u]$ et $i \Rightarrow \underline{I}=[I;\varphi i]$
Si i est la référence alors $\varphi i = 0$ et $\varphi u = \varphi \Rightarrow$ **$\underline{I}$ = [I ; 0]** et **$\underline{U}$ = [U ; φ]**
$\underline{U} = U\cos\varphi + jU\sin\varphi = a + jb = [\sqrt{a^2+b^2}\,;\ \varphi = \text{arctg}(b/a)]$.

Modèle équivalent d'un dipôle linéaire

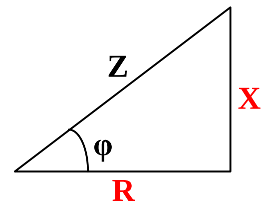
Modèle série : Impédance

$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = R + jX = [Z\ ;\ \varphi\ ]$

R : ***partie réelle de*** $\underline{Z}$ → ***résistance en ohm***,

X : ***partie imaginaire de*** $\underline{Z}$ → ***réactance en ohm,***

$Z = U/I = \sqrt{(R^2+X^2)}$ → ***Impédance en ohm*** et φ tel que **tan φ = X/R**



$\varphi = \varphi u - \varphi i = \arg \underline{U} - \arg \underline{I} = \arg \underline{Z}$ ($\varphi = (\vec{I},\vec{U})$ déphasage de i sur u)

Les Dipôles élémentaires	*relation instantanée*	*Tension efficace*	*Déphasage φ*	*Tension complexe*	*Impédance complexe*
Résistance R	**u = R.i**	**U= R.I**	**0**	$\underline{U} = R.\underline{I}$	$\underline{Z}_R = R$
Inductance L	**u = Ldi/dt**	**U= Lω.I**	**π/2**	$\underline{U} = jL\omega.\underline{I}$	$\underline{Z}_L = jL\omega$
Condensateur C	**u = Cdi/dt**	**U= I/Cω.**	**-π/2**	$\underline{U} = -jI/C\omega.$	$\underline{Z}_C = -j/C\omega$

Groupement série

Groupement série	R, L	R, C	R, L, C
$\underline{Z} = \sum \underline{Z}_i$	$\underline{Z}_{RL} = R + jL\omega$	$\underline{Z}_{RC} = R - j/C\omega$	$\underline{Z}_{RC} = R + j(L\omega - 1/C\omega)$

Remarque : X>0 φ>0 le dipôle est ***inductif*** et $\vec{I}$ ***est en retard par rapport à*** $\vec{U}$

X<0 φ<0 le dipôle est ***capacitif*** et $\vec{I}$ ***est en avance par rapport à*** $\vec{U}$

X=0 φ=0 le dipôle est ***résistif*** et $\vec{I}$ ***est en phase avec*** $\vec{U}$

Modèle parallèle : Admittance

$\underline{Y} = 1/\underline{Z} \Rightarrow \underline{I} = \underline{Y}.\underline{U}$

Les Dipôles élémentaires	La Résistance R	L'inductance L	Le condensateur C
Admittance	$\underline{Y}_R = 1/R$	$\underline{Y}_L = 1/jL\omega = -j/L\omega$	$\underline{Y}_c = 1/-j/C\omega = jC\omega$

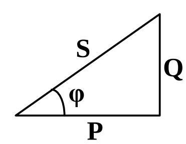
Groupement parallèle

$\underline{Y} = \sum \underline{Y}_i$ cas de 2 dipôles $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$ ou $\underline{Z} = \underline{Z}_1.\underline{Z}_2/(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$

Puissances en alternatif. Théorème de Boucherot. Facteur de puissance

Puissances en alternatif

Les différentes puissances:	active (W) **P =UI cos φ**	réactive (VAR) **Q = UI sin φ.**	apparente (VA) **S = UI**	Relations Triangle des puissances
Résistance R	$P = RI^2 = U^2/R$	**Q = 0**	**S = P**	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ **Q = P. tan φ**
Inductance L	**P = 0**	$Q = L\omega I^2$	**S = Q**	
Condensateur C	**P = 0**	$Q = -U^2C\omega$	**S = -Q**	



Théorème de Boucherot

Pour un ensemble de récepteurs : $P_t = \sum P_i$ et $Q_t = \sum Q_i$. (On présente les résultats dans un tableau et on calcul I_t et cos φ_t.)

$tg\varphi_t = Q_t/P_t \Rightarrow \cos\varphi_t$ et $I_t = P_t/U \cos\varphi_t$ ou $S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} \Rightarrow I_t = S_t/U$ et $\cos\varphi_t = P_t / S_t$.

Relèvement du facteur de puissance.

Pour diminuer le courant en ligne , on ajoute un condensateur en parallèle sur le récepteur .

Q' ↓ ⇒ S'↓ ⇒ I'=S'/U ↓ et cosφ' =P'/S' ↓ (P'=P)

La puissance active reste inchangée car Pc=0.

$Q' = Q+Qc < Q$ car $Qc = -U^2C\omega < 0$.

$Q' = Q+Qc \Rightarrow P'.\tan\varphi' = P.\tan\varphi - U^2C\omega$

Calcul de C : $C = P(\tan\varphi - \tan\varphi') / U^2\omega$